

Вступительный тест по математике, ЭМШ, 2021-2022 год, вариант _____

1. Дан прямоугольный треугольник ABC (угол C прямой), у которого угол A равен 30 градусам. Найдите площадь этого треугольника, если его высота CH равна 4. В ответе укажите величину, равную произведению найденной площади и числа $\sqrt{3}$.
 1)8; 2)24; 3)32; 4)96; 5)Нет правильного ответа.
2. Даны утверждения:
 а. Если при пересечении двух прямых секущей сумма внутренних односторонних углов равна 180 градусам, то такие прямые параллельны.
 б. Если для треугольников ABC и XYZ выполняется: $AB=XY$, $BC=YZ$ и угол A равен углу X, то такие треугольники равны.
 с. Пусть в треугольнике ABC проведена биссектриса AL (L – основание). Тогда L лежит на отрезке BC.
 Какие утверждения из них НЕ верны?
 1)а; 2)б; 3)с; 4)а и с; 5)Нет правильного ответа.
3. Найдите пару значений параметров а и b, при которых бесконечно много решений имеет следующая система уравнений: $\begin{cases} ax + y = 14, \\ 2x + by = 7. \end{cases}$
 В ответе укажите значение выражения $a \cdot b$, где пара параметров (а; b) удовлетворяет условию.
 1)4; 2)8; 3)2; 4)-4; 5)Нет правильного ответа.
4. В треугольнике ABC проведена средняя линия MN, где М – середина стороны АВ, N – середина стороны ВС. Найдите площадь треугольника MBN, если площадь треугольника ABC равна 8.
 1)1; 2)2; 3)4; 4)16; 5)Нет правильного ответа.
5. На курс «Базовая математика» поступило 150 человек. К середине семестра лекторы заметили, что на курсе осталось 60% учеников по отношению к изначальному количеству. На последнем занятии лекторы подсчитали, что количество учеников стало на 60% меньше, чем в середине семестра. На сколько процентов уменьшилось количество учеников за весь семестр?
 1)24; 2)76; 3)80; 4)88; 5)Нет правильного ответа.
6. На экономическом факультете работает 160 человек. Из них 72 преподают, 36 занимаются административной деятельностью, причём 8 делают и то, и то. Сколько работников не преподают и не занимаются административной деятельностью?
 1)30; 2)40; 3)50; 4)60; 5)Нет правильного ответа.
7. Дана арифметическая прогрессия, у которой четвертый член равен 12, а двенадцатый член равен 78. Чему равен восьмой член?
 1)80; 2)53; 3)45; 4)40; 5)Нет правильного ответа.
8. При каком n сумма n первых членов арифметической прогрессии будет наибольшей, если ее первый член равен 55, а второй 48.
 1)7; 2)9; 3)8; 4)11; 5)Нет правильного ответа.
9. Дан параллелограмм ABCD, у которого угол BAC равен 30 градусам, угол BCA равен 30 градусам, а сторона BC равна 4. Найдите площадь ABCD. В ответе укажите интервал, которому принадлежит найденная величина.
 1)(11;12); 2)(12;13); 3)(13;14); 4)(14;15); 5)Нет правильного ответа.
10. Чему равен внутренний угол правильного многоугольника с 12 сторонами? Ответы даны в градусах.
 1)140; 2)150; 3)180; 4)160; 5)Нет правильного ответа.
11. Гек и Том, работая вместе, красят забор за 6 часов. Тот же забор Джим вместе с Томом покрасят за 8 часов, а Джим вместе с Гekom за 12 часов. Если производительность каждого из троих постоянна и не зависит от компании, в которой производится работа, то за сколько часов они все вместе (Гек, Том и Джим) покрасят забор, который в 3 раза больше изначального?
 1)13; 2)12; 3)16; 4)10; 5)Нет правильного ответа.

12. Пусть функция $f(x)$ определена всюду на множестве действительных чисел, а её область значений есть отрезок $[12; 16]$. Пусть функция $g(x)$ определена на отрезке $[10; 17]$. Какова область определения функции $g(f(x))$?

- 1) $[12; 16]$; 2) $\mathbb{R}$; 3) $[10; 17]$; 4) Невозможно определить; 5) Нет правильного ответа.

13. Решите уравнение $\frac{2x-4}{x-8} = \frac{x-20}{8-x}$. В ответе укажите сумму его решений (если решений нет, то укажите 0).

- 1) 8; 2) 0; 3) 12; 4) 21; 5) Нет правильного ответа.

14. Даны утверждения о положительных числах:

- Если число уменьшить на 10%, а затем результат увеличить на 5%, то в итоге получится исходное число.
- Если число уменьшить на 10%, а затем результат увеличить на 10%, то в итоге получится число, отличное от исходного.
- Если число уменьшить на 20%, а затем результат увеличить на 25%, то в итоге получится исходное число.
- Если число уменьшить на 25%, а затем результат увеличить на 30%, то в итоге получится число, отличное от исходного.

Выберите вариант ответа, в котором перечислены все верные утверждения.

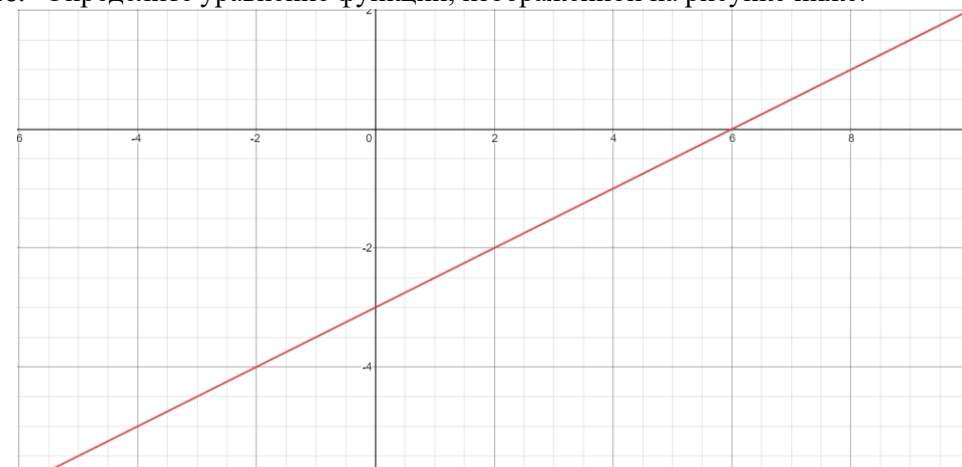
- 1) c, d; 2) b, c; 3) a, d; 4) a и b; 5) Нет правильного ответа.

15. Есть 12 кроликов и 8 клеток, в которые их всех нужно посадить. Допустимое количество кроликов в одной клетке не ограничено. Прочитайте приведенные ниже утверждения и выберите вариант ответа, в котором перечислены все верные утверждения.

- Разместить кроликов так, чтобы у каждого была своя личная клетка (то есть он в ней один), получится.
- Разместить кроликов так, чтобы в каждой клетке было не больше трех кроликов, не получится.
- При любом размещении кроликов найдутся хотя бы две клетки, в которых будет не больше одного кролика.
- Кроликов получится разместить по парам (по парам означает, что в любой клетке либо ровно 2 кролика, либо ровно 0 кроликов).

- 1) a, b, d; 2) b, c; 3) a, c; 4) c, d; 5) Нет правильного ответа.

16. Определите уравнение функции, изображенной на рисунке ниже:



- 1) $y = \frac{1}{2}x - 2$; 2) $y = 2x - 3$; 3) $y = \frac{1}{2}x - 3$; 4) $y = -2x + 3$; 5) Нет правильного ответа.

17. Функция f ставит в соответствие каждому двузначному натуральному числу куб разности его цифр. Например, $f(51) = 64$. Вычислите $f(82)$.

- 1) 64; 2) 256; 3) 36; 4) 216; 5) Нет правильного ответа.

18. Найдите нечётное число, большее единицы, на которое делится выражение $(2 \cdot 16^3 + 4^7 + 2^{11})$

- 1) 7; 2) 11; 3) 13; 4) 17; 5) Нет правильного ответа.

19. Посчитайте значение выражения при $a=5$, $b=2$, $c=3$:

$$\frac{a^5 b^2 c^3}{a^4 c^2}$$

- 1) 30; 2) 180; 3) 300; 4) 60; 5) Нет правильного ответа.

20. Найдите корни уравнения:

$$(x + 5)^2 = 20x$$

В ответе укажите сумму найденных корней.

- 1) 0; 2) -5; 3) 5; 4) 1; 5) Нет правильного ответа.

21. Два брата А и Д в один и тот же день выехали из дома в противоположных направлениях: один поехал на Летнюю Школу ЭМШ, а другой на дачу к другу С. Известно, что оба двигались равномерно и прямолинейно, причем скорость А была на 8 км/ч меньше, чем скорость Д. Также известно, что в момент, когда Д приехал к другу С, его брату оставалось два часа в дороге. Найдите расстояние между пансионатом, где проводилась Летняя Школа, и дачей друга С, если Д проезжает за каждые 2 часа 100 километров, а А затратил на дорогу 4 часа.

- 1)244; 2)268; 3)362; 4)410; 5)Нет правильного ответа.

22. Один нерадивый студент МГУ Стас как обычно проспал и теперь спешит в университет. Поэтому, зайдя в первую дверь первого вагона поезда метро, он сразу же двинулся в сторону последнего вагона (хоть студент и нерадивый, он знает, что ему нужен выход из последнего вагона). Расстояние от первой двери первого вагона до последней двери последнего вагона равно 320 метров, скорость Стаса равна 7,2 км/ч, расстояние между станцией Стаса и станцией «Университет» поезд проезжает за 3 минуты. Сколько секунд Стас будет стоять у выхода из последней двери последнего вагона?

- 1)40; 2)0; 3)30; 4)20; 5)Нет правильного ответа.

23. Найдите площадь фигуры, задаваемой системой неравенств:

$$\begin{cases} x + y \leq 4 \\ y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

- 1)16; 2)2; 3)4; 4)8; 5)Нет правильного ответа.

24. Дано квадратное уравнение $x^2 - x + c = 0$. Пусть x_1 и x_2 - его корни для некоторого с. Найдите значение выражения:

$$\frac{3 - x_1}{(x_1 + x_2)^2} + \frac{-3 - x_2}{(x_1 + x_2)^2}$$

- 1)0; 2)-1; 3)1; 4)2; 5)Нет правильного ответа.

25. Какие остатки может иметь простое число, большее 3, при делении на 8? Если ответов несколько, в ответе укажите их сумму.

- 1)Нет правильного ответа; 2)28; 3)9; 4)16; 5)1.

26. Вычислите значение выражения $\left(7\frac{3}{7} : \frac{13}{14}\right) \cdot \left(2,2 : \frac{11}{20}\right)$

- 1)32; 2)16; 3)8; 4)2; 5)Нет правильного ответа.

27. Выпускнику Косте на Летней Школе ЭМШ достался сложный проект. В нем требовалось преобразовать данные, а затем провести их анализ. Костя утверждает, что данные были настолько плохими, что на их преобразование у него ушло 90% от суммарного времени, затраченного на проект. При этом он невзначай добавил, что на сам анализ данных у него ушло 3 часа. Сколько часов он потратил на преобразование данных?

- 1)20 2)27 3)30 4)45 5)Нет правильного ответа.

28. Выберите верные утверждения:

- 1) Для всех натуральных n выражение $n^5 - n$ делится на 30 нацело;
2) Для всех натуральных n число $n^3 - 7n$ делится на 6 нацело;
3) Существуют целые n , при которых число $n^2 + 1$ делится на 3 нацело;

- 1)1, 3 2)1, 2 3)Нет правильного ответа 4)2,3 5)1,2,3

29. Сравните три пары чисел и укажите все номера пар, в которых первое число меньше второго:

1. 4^4 и 3^5 ;
2. $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{5} + \frac{1}{6}$;
3. 41^2 и $40 \cdot 42$;

- 1)1 2)2 3)3 4)1,2 5)Нет правильного ответа

30. Первая прямая задаётся уравнением: $7y + x + 6 = 0$

Вторая прямая задаётся уравнением: $y - 7x - 9 = 0$

Найдите наименьший угол между прямыми. Ответ дайте в градусах.

- 1)30; 2)45; 3)60; 4)180; 5)Нет правильного ответа.